



## Proves d'accés a la universitat

---

# Matemàtiques

## Sèrie 1

Qualificació		TR
Qüestions	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
Suma de notes parcials		
Qualificació final		

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal .....

Número del tribunal .....

---

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

---

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

---

1. Considereu el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre real  $k$ :

$$\begin{cases} x + ky + z = 3 + k \\ kx + y + z = 4 \\ x + 3y + z = 5 \end{cases}$$

a) Discuti el sistema per als diferents valors del paràmetre  $k$ .

[1,25 punts]

**b)** Resoleu, si és possible, el sistema per al cas  $k = 1$ , i feu-ne una interpretació geomètrica.  
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 1	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

2. **a)** Donada la funció  $f(x) = \frac{4}{x}$ , calculeu l'equació de la recta tangent a  $y = f(x)$  en el punt d'abscissa  $x = 1$ . Trobeu també l'equació de la recta normal a  $y = f(x)$  en aquest mateix punt.  
[1,25 punts]

- b)** Feu un esbós de les gràfiques de la corba  $y=f(x)$  i de la recta  $4x+y=8$ , i calculeu l'àrea delimitada per aquestes dues gràfiques, l'eix de les abscisses i la recta vertical  $x=3$ .  
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

3. En  $\mathbb{R}^3$  es donen els punts  $A = (3, 1, 1)$ ,  $B = (0, 0, 1)$ ,  $C = (4, 1, 2)$  i  $D = (1, 1, t)$ , en què  $t$  és un valor real.
- a)** Per a quin valor de  $t$  els quatre punts són coplanaris?  
[1 punt]

**b)** Trobeu el valor de  $t$  per tal que el tetraedre (irregular) que formen els quatre punts tingui un volum de  $5u^3$ .

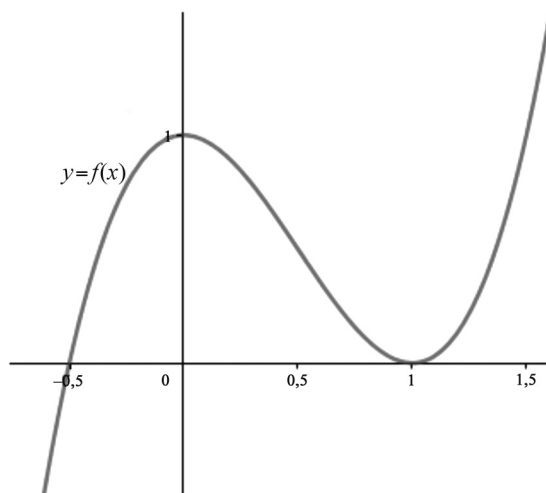
[1,5 punts]

NOTA: El volum d'un tetraedre definit pels vectors  $\mathbf{v}_1$ ,  $\mathbf{v}_2$  i  $\mathbf{v}_3$  és igual a un sisè del valor absolut del determinant de la matriu formada per tots tres vectors,

$$V = \frac{1}{6} |\det(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3)|.$$

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	$a$	
	$b$	
	Total	

4. **a)** En la figura es mostra la gràfica de la funció  $f(x)$ . Representeu de manera esquemàtica la gràfica de la funció derivada de  $f(x)$ . Expliqueu el raonament que heu seguit.  
[1,25 punts]



**b)** Calculeu els valors de  $a$  i  $b$  perquè la funció  $g(x) = ax^3 + bx^2 + 1$  tingui un punt d'inflexió en  $x = \frac{1}{2}$  i la seva derivada en aquest punt sigui  $\frac{-3}{2}$ .

[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 4	$a$	
	$b$	
	Total	

5. Sigui la matriu  $A = \begin{pmatrix} a & a & 0 \\ 2 & a+1 & a-1 \\ 2a+1 & 0 & -a-3 \end{pmatrix}$ , en què  $a$  és un paràmetre real.

a) Trobeu per a quins valors de  $a$  la matriu  $A$  és invertible.

[1 punt]

b) Comproveu que, per al cas  $a = 3$ , la matriu  $A$  és invertible i resoleu l'equació matri-

cial  $AX = B - 3I$ , en què  $B$  és la matriu  $B = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ .

[1,5 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	$a$	
	$b$	
	Total	

6. Considereu la funció  $f(x) = \frac{x^3}{x-2}$ .

a) Estudieu si té punts crítics i, en cas que en tingui, justifiqueu de quin tipus són. Determineu també quins són els intervals de creixement i decreixement de la funció.

[1,5 punts]

- b)** Comproveu que l'equació  $f(x) = 0$  té una única solució en l'interval  $(-2, 1)$ .  
[1 punt]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

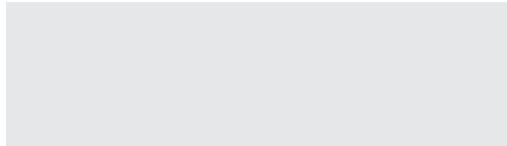
[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a



Institut  
d'Estudis  
Catalans